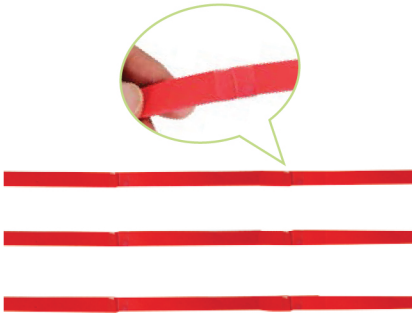


원 넓이 탐구

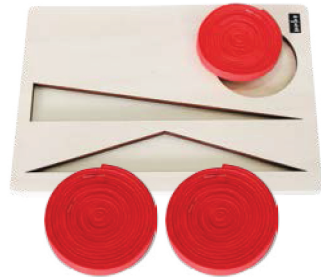
반지름의 길이가 r 인 원의 둘레는 $2\pi r$, 넓이는 πr^2 입니다. 원의 둘레와 넓이의 관계에 대해 알아보시다.

실험하기

1 스펀지를 3개씩 연결합니다.



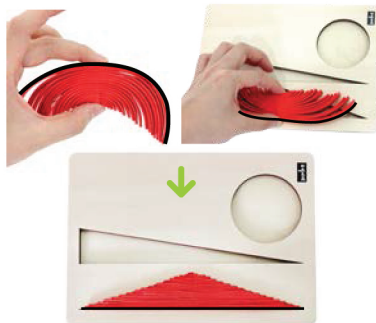
2 스펀지를 말아 원 모양 틀에 맞는 원판 3개를 만듭니다.



3 네임펜으로 반지름과 원의 둘레를 표시한 후, 반지름을 가위로 자릅니다.



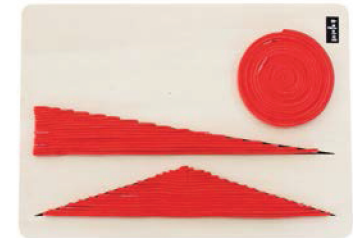
4 잘린 원판으로 아래 삼각형을 채웁니다.



5 3, 4와 같은 방법으로 원판을 잘라 나머지 삼각형도 채웁니다.

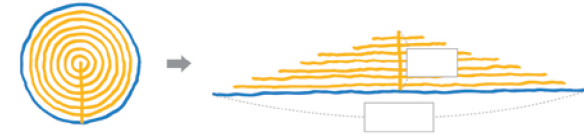


6 원과 삼각형의 넓이를 비교해봅시다.



활동

원을 잘라 원과 넓이가 같은 삼각형을 만들어 보았습니다. 물음에 답하시오.



(1) 원과 삼각형을 비교해 보고 빈칸을 채우시오.

삼각형의 밑변 = 원의 둘레

삼각형의 높이 =

(2) 삼각형의 넓이를 이용하여 원의 넓이를 구하는 방법을 이야기해 보시오.

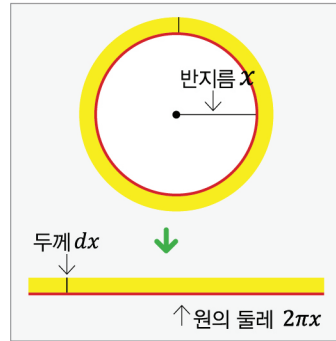
원의 넓이 = 삼각형의 넓이
 = (밑변) × (높이) × $\frac{1}{2}$
 = (원주) × (반지름) × $\frac{1}{2}$
 = (반지름) × π × 2 × (반지름) × $\frac{1}{2}$
 = $r \cdot \pi \cdot 2r \times \frac{1}{2}$
 = πr^2

추가 활동

넓이를 구하고자 하는 부분을 잘게 나누었다가 모두 더한다는 적분을 이용하면, 원주의 길이로 원의 넓이를 구할 수 있습니다.

▶ 미세한 두께를 가진 원주의 넓이

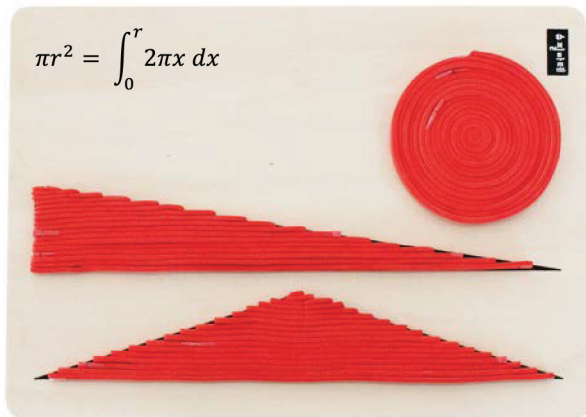
반지름이 x 인 원의 둘레($2\pi x$)에 아주 미세한 두께 dx 가 있다고 가정하면, 그 두께를 가진 원주의 넓이는 로 나타낼 수 있습니다.



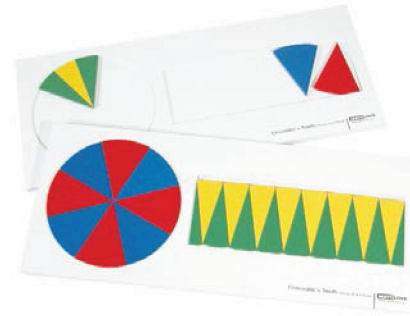
▶ 두께를 가진 원주 넓이의 합

반지름이 0인 원의 중심에서 반지름이 r 인 원주의 넓이를 모두 더하면 반지름이 r 인 원의 넓이를 구할 수 있습니다. 이것을 '2πx 를 0부터 r까지 적분한다'고 하며, 다음과 같이 정리할 수 있습니다.

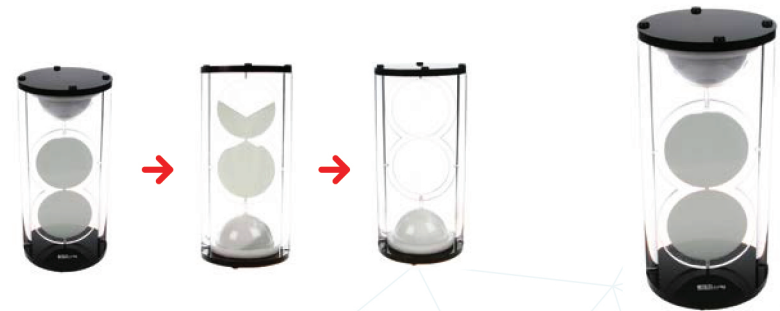
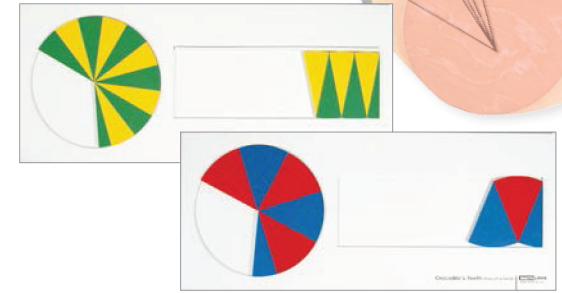
$$\begin{aligned} \int_0^r 2\pi x \, dx &= 2\pi \int_0^r x \, dx \\ &= 2\pi \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^r \\ &= 2\pi \left(\frac{r^2}{2} - 0 \right) \\ &= \pi r^2 \end{aligned}$$



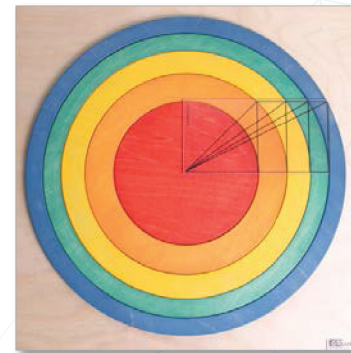
원의 넓이 = 촘촘하게 자른 고리의 둘레의 합



원 넓이 실험기



구의 겉넓이 실험기



피타고라스의 도넛

